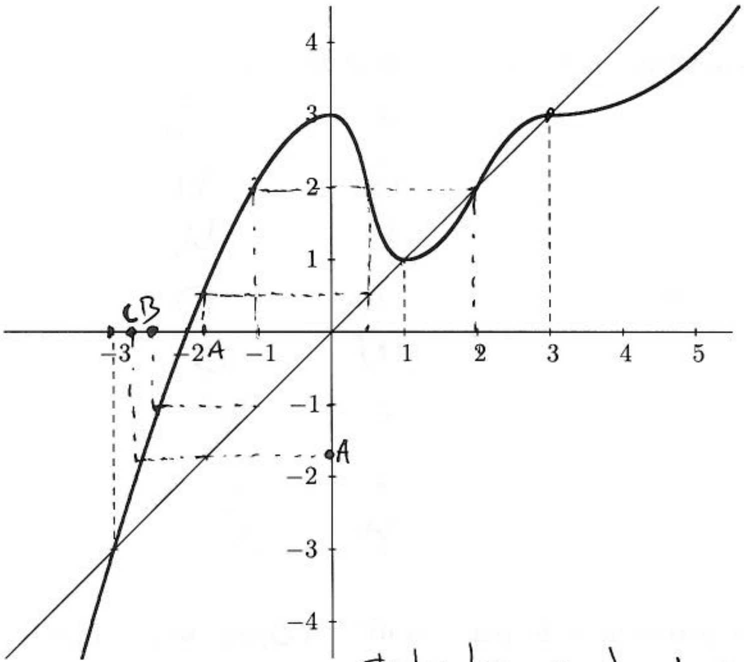
Abril de 2014 | Sistemas Dinámicos y Caos | Tiempo 1h30m
2+2+2+2+2

APELLIDOS:
NOMBRE:
OPTATIVA ☐ ☐

1. Determinar los puntos fijos, el carácter (atractivo o repulsivo) y las cuencas de atracción (si la hubiera) del sistema dinámico en $\mathbb{R}$ definidos por la función de gráfica



Puntos fijos: $-3, 1, 2, 3$

- $x = -3$, repulsivo $|f'(-3)|>1$
- $x = -2$, " $|f'(-2)|>1$
- $x = 1$, atractivo $|f'(1)|<1$

Cuenca de atracción:
$(C,B)\cup(A,-1)\cup(0.5,2)$ y más

- $x = 3$, atractivo $|f'(3)|<1$

Cuenca de atracción: $(2,+\infty)\cup(-1,0.5)\cup(B,A)$ y más.

Todos los puntos de $(-\infty,-3)$ divergen a $-\infty$.

Determina también el conjunto de puntos cuya órbita diverge a ∞ y a $-\infty$.

2. Sabiendo que la función tienda T cumple que $T^{k+1} = T\circ S^k$ donde S es la función "shift", calcular $T^{64}(1/7)$ y $T^{64}(0.1011011101111011111101\ldots)$.

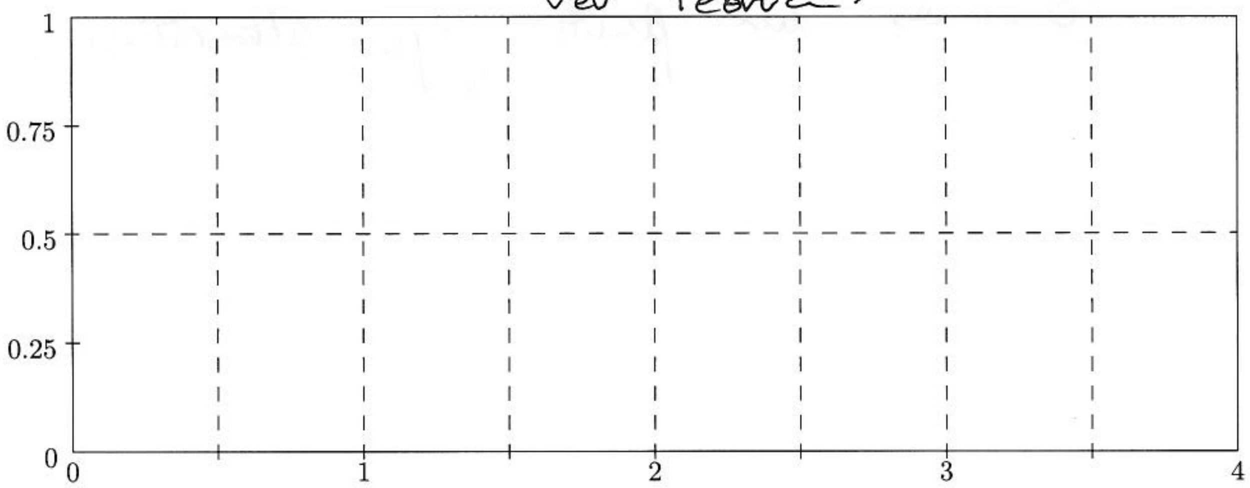
- $T^{64}(\frac{1}{7}) = T\circ S^{63}(0.\widehat{001}) = T(0.\widehat{001}) = 0.01\widehat{001} = 0.0\widehat{100}$

- $T^{64}(0.10110111011110111110\ldots) = T(0.10\underbrace{11\ldots1}_{11\text{ unos}}0\underbrace{11\ldots1}_{12\text{ unos}}0\ldots)$

$= 0.01\underbrace{00\ldots0}_{11\text{ ceros}}1\underbrace{00\ldots0}_{12\text{ ceros}}1\ldots$

3. ¿Que es el diagrama de Feigenbaum? Haz un esbozo del mismo, indicando los puntos que conozcas.

Ver teoría.



4. Da la expresión explícita de la aplicación del panadero f Ver Teoría

$\longrightarrow$

Indica cuál de los rectángulos de la derecha son la imagen por f^3 de los rectángulos $A, B, C, \ldots, Q$

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	L	M	N	O	P	Q

$\xrightarrow{f^4}$

P	Q
G	H
L	M
C	D
N	O
E	F
I	J
A	B

5. Dada la función $F(x) = (x^2 + 2y, y^2 + 3x^2)$ Qué puedes decir del punto $(0,0)$? $(0,0)$ es fijo :

$F(0,0) = (0\ 0)$.

Matriz jacobiana en $(0\,0)$:

$$M = JF\Big|_{(0,0)} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad \det(M - \lambda I) = \lambda^2$$

Autovalores de $M = \{\lambda = 0 \text{ doble}\}$

$\Rightarrow$ $(0,0)$ es un punto fijo atractivo.